

NOM PRÉNOM : _____

MAT 108 - Statistiques & Probabilités élémentaires

5 décembre 2025

Durée : 30 minutes

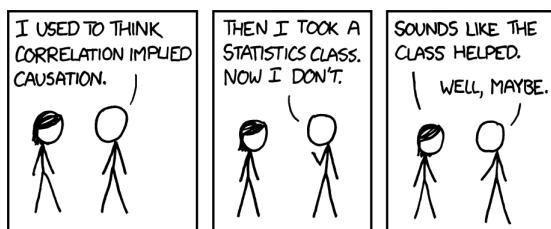
- Tous les documents, téléphones portables et autres objets connectés sont interdits.
- La qualité des explications et de la rédaction sera vivement prise en compte dans la notation.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Le sujet est à rendre avec votre copie !

Exercice 1 (*Question de cours*). Soient A et B deux événements d'un univers Ω , avec $\mathbb{P}(A) > 0$ et $\mathbb{P}(B) > 0$.

1. Rappeler la formule de Bayes qui exprime $\mathbb{P}(A|B)$ en fonction de $\mathbb{P}(B|A)$, $\mathbb{P}(A)$ et $\mathbb{P}(B)$. (2)
2. (*Bonus*) Démontrer cette formule. (1)

Exercice 2 (*Lancer de dés truqués*). On dispose de quatre dés à six faces : trois d'entre eux sont équilibrés et le quatrième est truqué. Le dé truqué est tel que la probabilité d'obtenir un 6 lors d'un lancer vaut $1/2$.

1. On tire un dé au hasard parmi les quatre. On lance ce dé et on obtient 6. Quelle est la probabilité pour que ce dé soit truqué ? (3)
Indication: proposer des événements pour modéliser le problème et estimer leurs probabilités.
2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On tire un dé au hasard parmi les quatre. On lance ce même dé n fois, et on obtient n fois le chiffre 6. Déterminer la probabilité p_n pour que ce dé soit truqué. (3)
3. Donner une interprétation de ce résultat. À partir de quelle valeur de n la probabilité p_n dépasse-t-elle 99% ?* (2)



* Il n'est pas nécessaire de donner une valeur numérique exacte, mais si vous voulez la calculer, voilà une indication : $\log_3(99) \approx 4,18$.